



Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas - ICEB
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências



MATERIAL DIDÁTICO SOBRE DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA

Organizadores:

Gabriela da Silva Araújo (Mestranda)

Maria Eugênia Silva Nunes (Orientadora)

Ouro Preto

2018

Cada peça ou parte da Natureza é sempre uma aproximação da verdade completa, ou do que podemos conhecer da verdade completa. De fato, tudo o que sabemos é uma espécie de aproximação, porque sabemos que não conhecemos ainda todas as leis. Portanto, as coisas são aprendidas apenas para serem desaprendidas ou, mais provavelmente, corrigidas.

RICHARD FEYNMAN, Feynman Lectures on Physics

Sumário

| | |
|---|----|
| APRESENTAÇÃO..... | 1 |
| HISTÓRIA DA CONCEPÇÃO DA DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA | 2 |
| Partículas <i>versus</i> Ondas: Teoria Corpuscular e a Teoria Ondulatória | 2 |
| A história da concepção dualista | 3 |
| EXPERIMENTO: EFEITO COMPTON | 7 |
| O Efeito Compton..... | 7 |
| O experimento do Efeito Compton | 10 |
| ROTEIRO EXPERIMENTAL: EFEITO COMPTON | 11 |
| DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DO EFEITO COMPTON | 16 |
| EXPERIMENTO: DIFRAÇÃO DE ELÉTRONS..... | 19 |
| A Difração de Elétrons | 19 |
| O experimento da Difração de Elétrons | 21 |
| ROTEIRO EXPERIMENTAL: DIFRAÇÃO DE ELÉTRONS..... | 22 |
| DEDUÇÃO DA LEI DE BRAGG | 28 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 30 |

APRESENTAÇÃO

Caros professores e alunos,

A proposta desse material didático é fornecer um material sobre a Dualidade Onda-Partícula com ênfase na experimentação. Muitas faculdades e universidades não disponibilizam experimentos com essa ênfase devido ao seu alto custo financeiro. Assim, nosso intuito com esse material é levá-los à experimentação, fazendo que vocês sintam-se em um laboratório de forma presencial.

Esse material disponibiliza um pequeno texto sobre a história concepção da dualidade, a fim de introduzi-los ao mundo quântico. Recomendamos a leitura de materiais complementares sobre o tema, para um estudo mais aprofundado. Disponibilizamos um vídeo introdutório sobre a dualidade onda-partícula, objetivando uma introdução ao tema e aos experimentos a serem abordados.

Esse material didático contempla dois experimentos da temática sobre a Dualidade Onda-Partícula: o experimento do Efeito Compton e da Difração de Elétrons. No experimento do Efeito Compton, elaboramos dois vídeos e um roteiro experimental. O primeiro vídeo mostra a dedução da equação do deslocamento Compton e o segundo vídeo aborda o experimento. Será a partir desse segundo vídeo que vocês coletarão os dados a serem usados no roteiro experimental. No experimento da Difração de elétrons, elaboramos também dois vídeos e um roteiro experimental. O primeiro vídeo demonstra a dedução da equação da Difração de Elétrons e o segundo vídeo aborda o experimento em que vocês coletarão os dados necessários para a utilização do roteiro experimental.

Desejamos um excelente estudo sobre a temática Dualidade Onda-Partícula!

Gabriela da Silva Araújo

Maria Eugênia da Silva Nunes

HISTÓRIA DA CONCEPÇÃO DA DUALIDADE

ONDA-PARTÍCULA

Para o início dos estudos sobre a Dualidade Onda-Partícula, recomendamos assistir o vídeo “*Uma breve história da Dualidade Onda-Partícula*” disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=3Gf5d7mxf1l>.

Partículas versus Ondas: Teoria Corpuscular e a Teoria Ondulatória

No âmbito da Física Clássica, uma partícula em movimento caracteriza-se por estar em uma posição bem definida em cada instante de tempo, com velocidade determinada. Dessa forma, a partícula, com o passar do tempo, descreve uma trajetória contínua no espaço, pois esperamos que não desapareça em um ponto do espaço e reapareça em outro.

Uma onda é caracterizada como uma excitação que se propaga juntamente com a energia a ela associada. Ao contrário da partícula, uma onda não é localizada em pontos bem definidos no espaço.

No século XVIII houve uma disputa a respeito da natureza da luz: teoria corpuscular ou teoria ondulatória. Isaac Newton (1643-1727) acreditava que a luz era constituída de minúsculas partículas, tendo um caráter corpuscular. Um dos argumentos para isso é o fenômeno da reflexão que é análogo à colisão das partículas com um anteparo e o fato da luz não contornar obstáculos nas condições da óptica geométrica, diferentemente das ondas sonoras. Christiaan Huygens (1629-1695) apresentou uma teoria, em 1690, na qual propunha que a luz era uma onda que se propagava em um meio material sem massa, que mais tarde foi chamado de éter luminífero. A teoria ondulatória da luz foi aceita apenas em 1800 quando Thomas Young (1773-1829) apresentou o fenômeno da interferência. Devido ao seu trabalho, a teoria ondulatória obteve grande apoio.

Em 1927, Bohr enuncia o princípio da complementaridade, princípio que propõe uma superação de contradições consideradas anteriormente como explicações

excludentes. Esse princípio sugere que os modelos ondulatórios (princípio de superposição) e corpuscular (conservação de energia e momento) são complementares para descrever o comportamento de qualquer entidade física.

A integração da teoria corpuscular e ondulatória na mecânica quântica é interpretada de diferentes formas, correspondendo assim a cada corrente de pensamento assumida pelo cientista diante dos resultados obtidos experimentalmente. Dentre as muitas interpretações da mecânica quântica, estão a interpretação ondulatória-realista (proposta por Schrödinger), dualista-positivista (proposta por Bohr) e dualista-realista (proposta por De Broglie e Bohm), que serão abordadas no tópico a seguir.

A história da concepção dualista

A radiação eletromagnética apresenta um comportamento ondulatório quando estudamos os efeitos de interferência e difração, mas, por exemplo, no Efeito Compton, o comportamento dos raios X que colidem com a superfície alvo é bem descrito considerando colisões relativísticas do tipo bola de bilhar.

Já os elétrons apresentam um comportamento corpuscular quando podemos determinar sua posição, mas ao tratar-se da difração, eles apresentam um comportamento semelhante ao de ondas, podendo-se observar franjas de interferência construtivas e destrutivas.

Ao chegarmos a ambas as conclusões pensamos que tais comportamentos são conflitantes e indagamos: como uma entidade quântica pode ser ao mesmo tempo uma onda e uma partícula?.

Para descrevermos o comportamento das entidades quânticas não necessitamos usar as descrições de onda e partícula simultaneamente. Pires (2011) menciona que o termo onda-partícula requer certo cuidado devido à utilização da palavra “partícula”, pois resulta em uma confusão sobre a definição da palavra e que o termo *dualidade onda-partícula* é confuso e inadequado.

Os seguidores da interpretação dualista realista, proposta por Louis de Broglie (1892-1987) e David Bohm (1917-1992), tentam conciliar o fenômeno ondulatório e corpuscular em um mesmo experimento. Assim, por exemplo, um fóton seria uma partícula que está associado a uma onda de matéria, denominada de onda piloto. A

obra de Brennan (2003) diz que Louis de Broglie, em sua tese de doutorado, concebeu a ideia de que partículas deviam exibir comportamento ondulatório. A banca examinadora em Paris não soube como avaliar a concepção apresentada e um dos membros da banca enviou a Einstein uma cópia do trabalho. Einstein o avaliou positivamente e o título de doutor foi concedido a de Broglie. Quânticos (2006) contesta tal história, afirmando que Einstein apenas respondeu depois da defesa e, assim, a aceitação da tese de Louis de Broglie não foi influenciada por ele, embora posteriormente ele tenha ajudado a divulgar tal tese. Em seu trabalho, Louis de Broglie argumenta que, para toda partícula, deveria existir uma onda associada e que o comprimento dessa onda é relacionado inversamente à quantidade de movimento da partícula ($\lambda = h/p$, em que h é a constante de Planck). Assim, quanto maior a quantidade de movimento da partícula, maior massa e/ou maior velocidade, menor será o comprimento da onda associada. A confirmação do caráter ondulatório da matéria se deve inicialmente aos experimentos de C. J. Davisson (1881-1958) e L. H. Germer (1896-1971) nos EUA e George Paget Thomson (1892-1975) na Escócia, ocasionando, em 1929, a contemplação do Prêmio Nobel à Louis de Broglie.

Louis de Broglie imaginava que uma partícula estava espalhada no espaço, associada a uma onda, que conforme Rosa (2004) “a onda associada à partícula aparece, no artigo de De Broglie, de um modo brusco e sem nenhuma explicação”. Em outubro de 1927, no Conselho Solvay de Física, de Broglie apresentou a teoria da “onda piloto” ou “teoria da dupla solução” a qual consistia na existência de dois tipos de ondas: uma delas (com grande concentração em um ponto) descrevia a localização da energia das partículas e a outra (espalhada pelo espaço) guiava as partículas, sendo possível descrever a probabilidade de localizá-las. Sua proposta foi criticada, tendo como adversários os físicos Bohr e Max Born (1882-1970), auxiliados por Werner Karl Heisenberg (1901-1976), Wolfgang Ernst Pauli (1900-1958) e Paul Adrien Maurice Dirac (1902-1984) (QUANTICOS, 2006, p.53-54).

Erwin Rudolf Josef Alexander Schrödinger (1887-1961), no ano de 1925, escreve a Einstein dizendo “alguns dias atrás li com grande interesse a engenhosa tese de Louis de Broglie, que finalmente obtive...” (QUANTICOS, 2006, p.59). Após duas semanas, Schrödinger comenta em uma carta direcionada a Alfred Landé (1888-1976) sobre a tese de Louis de Broglie:

Agrada-me muito saber que seu artigo tende a ser um "retorno à teoria ondulatória". Também estou muito inclinado nessa direção.

Recentemente me envolvi profundamente com a tese engenhosa de Louis de Broglie. É exatamente estimulante, mas apesar disso algumas coisas nela são difíceis de engolir. [SCHRÖDINGER, apud QUANTICOS, 2006, p. 60)

A teoria de de Broglie interessou Schrödinger, mas Schrödinger a abandonou após não obter sucesso. Segundo Rosa (2014):

A dificuldade inicial é que, segundo a proposta de De Broglie, Schrödinger tentou construir para o elétron atômico uma onda de fase que se refratasse de tal forma que seus raios correspondessem à órbita elíptica de Bohr-Sommerfeld, mas isso não era possível, porque o comprimento de onda associado ao elétron era da mesma ordem de grandeza que as distâncias atômicas, tornando impossível pensar em uma trajetória definida. Então, ele mudou seu enfoque e passou a imaginar ondas tridimensionais estacionárias em torno do núcleo atômico. Isso exigiu a formulação de uma equação de onda. A equação de onda se baseava na relação de De Broglie sobre o comprimento de onda e velocidade de onda na presença de um campo eletromagnético, mas consistia em uma abordagem nova. (ROSA, 2004, p. 169)

Assim, Schrödinger desenvolveu sua mecânica ondulatória, mostrando grande número de aplicações, sendo de fácil utilização devido a semelhanças com a teoria ondulatória clássica. Paul Ehrenfest (1880- 1933) comentou sobre a teoria de Schrödinger em uma carta:

“estou simplesmente fascinado por sua teoria e pelo novo ponto de vista que ela traz. Todos os dias, durante as duas últimas semanas, nosso pequeno grupo ficou horas sem parar diante do quadro-negro, para nos treinarmos sobre todas as suas esplêndidas ramificações.” (EHRENFEST, apud QUANTICOS, 2006, p. 61)

Após ler os primeiros artigos de Schrödinger, De Broglie propôs algumas modificações em suas teorias, tentando solucionar alguns problemas. Conforme Rosa (2004):

“as concepções de De Broglie eram “extravagantes” para a maioria dos físicos envolvidos com as pesquisas nesta área e, como foi destacado, elas não tiveram aceitação imediata, nem posteriormente, pois estava surgindo uma outra concepção (a mecânica matricial de Born, Heisenberg e Jordan) que aplicava uma matemática abstrata para o estudo dos fenômenos atômicos, sem procurar compreender o que se passava dentro do átomo.” (ROSA, 2004, p. 174-175)

Niels Henrik David Bohr¹ (1885-1962) enuncia, em 1928, o princípio da complementaridade, conhecida como Escola de Copenhague, devido à grande aceitação por parte de seus colaboradores, a exemplo de Heisenberg, Born e Dirac.

Esse princípio diverge da visão de De Broglie, porque, segundo De Broglie a teoria da complementaridade abandonou as imagens físicas de onda e partícula, resultando apenas a uma abordagem probabilística, com um elegante e rigoroso formalismo matemático capaz de prever alguns resultados. (DE BROGLIE apud ROSA, 2004, p. 175)

Segundo esse princípio, a descrição ondulatória é complementar à descrição corpuscular. Assim, necessitamos das duas descrições para descrever a natureza, mas nunca precisaremos usar simultaneamente ambas as descrições. Na perspectiva de Bohr é impossível uma situação experimental que exiba simultaneamente as descrições corpuscular e ondulatória. Essa interpretação é conhecida como dualista-positivista pois, nessa interpretação, não se pode afirmar qual será o comportamento de uma entidade quântica antes de sua detecção em um experimento. No princípio da complementaridade, o formalismo matemático de uma função de onda (Ψ), adotado na mecânica quântica, não possui uma relação com a realidade sendo tão somente apenas uma ferramenta matemática. (OSTERMANN; PRADO, 2005)

Pessoa Jr. (1997) retrata a noção de que onda e partícula são aspectos exclusivos mutuamente, mas essas descrições são complementares na Natureza. Ele ressalta o pensamento de Bohr de que entidades quânticas, como os elétrons, podem ser analisadas pelo modelo corpuscular em certas situações experimentais, nas quais há a possibilidade de inferir uma trajetória bem definida. Mas, essas mesmas entidades quânticas podem ser analisadas via modelo ondulatório se o arranjo experimental for capaz de detectar, por exemplo, padrões de interferência.

¹ Era chamado por Louis de Broglie de 'o Rembrandt da física' (pintor do claro-escuro)" (ROSA, 2004, p. 175)

EXPERIMENTO: EFEITO COMPTON

Para o início dos estudos sobre o Efeito Compton, recomendamos assistir o vídeo “*Uma breve história da Dualidade Onda-Partícula*” disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=3Gf5d7mxf1l> e a leitura do texto “*História da Dualidade*” apresentado anteriormente.

O EFEITO COMPTON

Em 1927 Arthur Holly Compton (1892-1962) ganha o Prêmio Nobel por seu trabalho envolvendo o espalhamento de raios X. A teoria eletromagnética clássica previa que os raios X, ao interagirem com a matéria, deveriam ser espalhados sem alteração de sua frequência, pois devido à interação, os elétrons da matéria oscilariam e irradiariam uma onda com o mesmo comprimento de onda dos raios X. No entanto, Compton observou que o comprimento de onda desses raios X espalhados era maior que o da radiação incidente sobre um alvo metálico.

Durante vários anos, Compton utilizou a teoria clássica para explicar a alteração do comprimento de onda dos raios X, como sendo um fenômeno de fluorescência (WHEATON apud ROSA, 2004, p. 77). Após vários ensaios sem sucesso, Compton utiliza a hipótese dos quanta. Essa hipótese considera que a energia não é absorvida ou emitida de maneira contínua, mas sim em “pacotes” de energia indivisíveis. O termo quanta deriva do termo latim de mesmo nome (quanta no plural e quantum no singular) que significa “quantidade”.

No final do ano de 1921, Compton imaginou que o elétron do alvo recuaria após a absorção da energia do fóton e emitiria um novo fóton. A diferença dos comprimentos de onda dos fótons seria devido ao efeito Doppler. (ROSA, 2004, p. 77). Foi só em 1922 que Compton considerou o tratamento corpuscular para os raios X. Nessa descrição ao se

fazer incidir raios X em um alvo, os fótons da radiação incidente colidem elasticamente com os elétrons fracamente ligados aos átomos do alvo, conforme a Imagem 1.

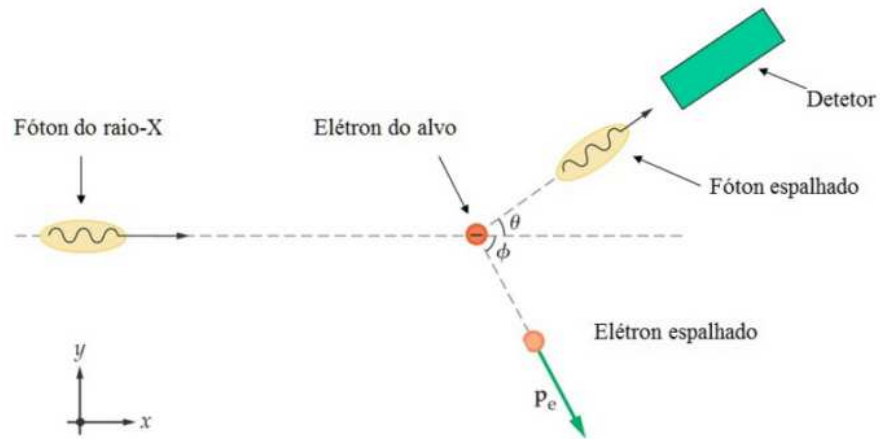


Imagem 1: Efeito Compton
(Fonte: PAULINO, 2014)

Compton considerou que os elétrons do alvo encontravam-se inicialmente em repouso, adquirindo velocidade após a colisão. Assim, o fóton era espalhado, formando um ângulo θ com a trajetória inicial. Com a colisão, o fóton transferia parte de sua energia e momento linear para o elétron, logo, o fóton espalhado possui uma energia menor se comparado ao fóton incidente, tendo assim um comprimento de onda (λ) maior, conforme Imagem 2.

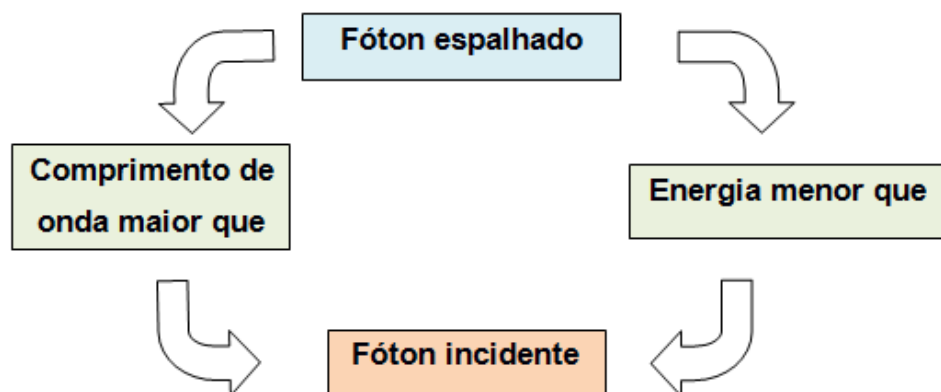


Imagem 2: Relação do fóton espalhado e incidente
(Fonte: Elaborado pela autora)

A diferença do comprimento de onda do fóton espalhado e incidente ficou conhecida como deslocamento Compton.

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

Deslocamento Compton

em que:

λ' : comprimento de onda do fóton espalhado

λ : comprimento de onda do fóton incidente

h : constante de Planck

m_e : massa de repouso do elétron

c : velocidade da luz no vácuo

Para aprender a dedução da equação do Deslocamento Compton recomenda-se assistir o vídeo “*Dedução da Equação do Deslocamento Compton*” que se encontra disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=c8acioNDCCI>.

Compton previu que esse aumento do comprimento de onda do fóton espalhado era uma função apenas do ângulo de espalhamento (ângulo θ), não dependendo da frequência da radiação inicial bem como do material constituinte do alvo.

O trabalho de Compton foi de grande relevância para que a ideia da quantização da radiação fosse considerada por muitos pesquisadores (QUANTICOS, 2006, p. 50; ROSA, 2004, p. 79), embora não comprovasse que os raios X eram constituídos por quantas. A descoberta do efeito Compton “tratava-se de um caso em que era difícil (mas não impossível) explicar o efeito utilizando a teoria ondulatória, e possível explicá-lo utilizando uma hipótese corpuscular” (ROSA, 2004, p. 81). Um dos físicos que rejeitou

essa idéia foi Niels Bohr, que aceitou os quanta de luz apenas na concepção dualística, em 1927.

Havia assim uma necessidade de unificar os aspectos ondulatórios e corpusculares da radiação, sendo proposta, por exemplo, a teoria dualidade onda-partícula² para luz e para a matéria por Louis de Broglie e o princípio da complementaridade, enunciada em 1927 por Niels Bohr, na conferência de Como, na Itália.

O EXPERIMENTO DO EFEITO COMPTON

Esse material didático disponibiliza vídeos e roteiros experimentais sobre o Efeito Compton. O experimento sobre o Efeito Compton pode ser visto no vídeo “*Experimento: Deslocamento Compton (LEYBOLD)*” que está disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=s7BfRcB1qRE>. Esse vídeo contempla a demonstração e explicação detalhada do experimento, bem como seu funcionamento.

O roteiro que acompanha o experimento encontra-se nas páginas 11-15 desse material.

² Essa interpretação é enunciada por Pessoa Jr. (2006) como uma interpretação dualista positivista.

ROTEIRO EXPERIMENTAL: EFEITO COMPTON

1. Equipamentos:

- 1 Aparelho de raio X (Leybold 554 811 1)
- 1 End-window counter for a, b, g and x-ray radiation (Leybold 559 01 1)
- 1 Acessório Compton de raio x (Leybold 554 836)

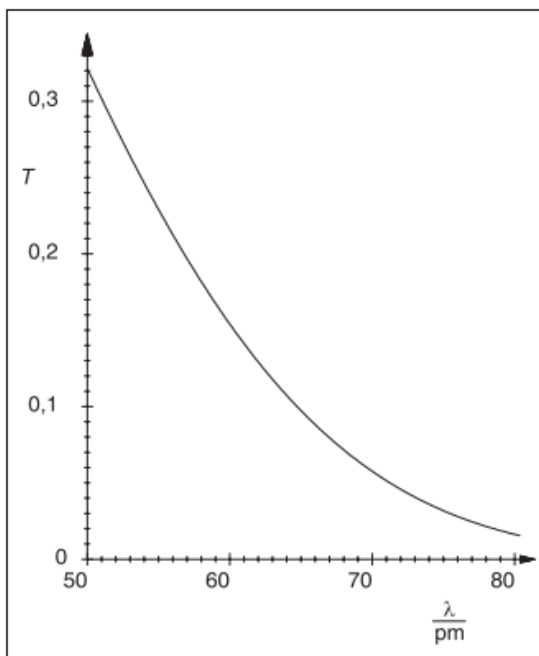
2. Verificando experimentalmente o efeito Compton

Na década de 20, A. H. Compton realizou experiências com raios X e raios gama e percebeu que havia uma diferença entre o comprimento de onda das partículas do feixe incidente e do feixe espalhado por uma placa metálica. O deslocamento Compton é a diferença do comprimento de onda desses dois feixes, $\Delta\lambda = \lambda_{\text{espalhado}} - \lambda_{\text{incidente}}$. Esse efeito recebeu o nome de Efeito Compton.

Para explicar o espalhamento da radiação, Compton considerou uma interação de um único fóton com um único elétron livre da matéria. Considerando a conservação do momento linear e energia relativística do sistema (fóton + elétron livre), Compton obteve uma equação entre os comprimentos de onda da radiação incidente e espalhada em função do ângulo de espalhamento (assistir o vídeo “Dedução da Equação do Efeito Compton” disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=c8acioNDCCI>).

Para verificar a mudança do comprimento de onda de raios-X do Efeito Compton utilizaremos um arranjo experimental da Leybold. Esse arranjo analisa a diferença de transmissão dos raios X sobre um filtro de cobre, relacionando-se assim com o comprimento de onda dos raio X incidente e espalhado. Quando os raios x são transmitidos através do material cobre, sabemos que a transmissão é função do comprimento de onda, dada pelo Gráfico 1.

Gráfico 1: Transmissão dos raios x no cobre em função do seu comprimento de onda



Fonte: LEYBOLD, roteiro P6.3.3.7, Compton effect: verifying the energy loss of the scattered x-ray quantum.

A função matemática desse gráfico é dada pela Equação 1:

$$T_{Cu} = e^{\left\{-7,6\left(\frac{\lambda}{100 \text{ pm}}\right)^{2,75}\right\}} \quad (1)$$

No experimento colocamos o filtro de cobre antes do alvo de alumínio e calculamos a transmissão dos raios X. Chamamos essa transmissão de T_1 . Logo após, colocamos o filtro de cobre depois do alvo de alumínio e calculamos a transmissão dos raios X. Essa transmissão foi denominada T_2 . Caso as transmissões pelo filtro de cobre, antes e depois do alvo de alumínio, fossem iguais, concluiríamos que os comprimentos de onda dos feixes incidente e espalhado também seriam iguais, ou seja, não haveria deslocamento Compton. Caso as transmissões pelo filtro de cobre, antes e depois do alvo de alumínio, fossem diferentes, concluiríamos que os comprimentos de onda dos feixes de raios X incidente e espalhado seriam diferentes, o que forneceria um deslocamento Compton dado por $\Delta\lambda = \lambda_{\text{espalhado}} - \lambda_{\text{incidente}}$. O que ocasionaria uma mudança no comprimento de onda da radiação seria o espalhamento dessa radiação pelo alvo de alumínio, evidenciando o Efeito Compton.

Para analisarmos a transmissão dos raios X sobre o filtro de cobre coletamos a transmissão em dois momentos: com o filtro de cobre no colimador (denominado transmissão 1, T_1) e com o filtro de cobre no contador Geiger (denominado transmissão 2, T_2). As transmissões são expressas pela contagem de fótons registrados no contador Geiger.

$$T_1 = \frac{R_1 - R}{R_0 - R} \quad (2)$$

$$T_2 = \frac{R_2 - R}{R_0 - R} \quad (3)$$

R_0 = taxa de contagem de fótons sem o filtro de cobre

R_1 = taxa de contagem de fótons com filtro de cobre no colimador

R_2 = taxa de contagem de fótons com o filtro de cobre no contador Geiger

R = taxa de contagem de fótons pela radiação de fundo

Com os valores das contagens de fótons em cada evento (fornecido pelo equipamento) é possível estabelecer o valor das transmissões sobre o filtro de cobre (equações 2 e 3). A partir dos valores das transmissões é possível obter o comprimento de onda dos raios X correspondente a esse valor (equação 1). Caso os valores das transmissões, T_1 e T_2 , sejam distintos é evidente que os valores dos comprimentos de onda também serão distintos, evidenciando a mudança do comprimento de onda dos raios X ao ser espalhado pelo alvo de alumínio.

Com o objetivo de escrever em apenas uma equação a variação do comprimento de onda, é possível expressá-la em função das taxas de contagens, representada pela equação 4:

$$\Delta\lambda = 100 \text{ pm} \cdot \left\{ \left[\frac{\ln(R_0 - R) - \ln(R_2 - R)}{7,6} \right]^{\frac{1}{2,75}} - \left[\frac{\ln(R_0 - R) - \ln(R_1 - R)}{7,6} \right]^{\frac{1}{2,75}} \right\} \quad (4)$$

3. Montagem do experimento e coleta de dados:

A montagem do experimento e a coleta de dados para os cálculos das transmissões dos raios x pelo filtro de cobre podem ser vistas no vídeo “Experimento: Deslocamento Compton (LEYBOLD)” disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=s7BfRcB1qRE>.

Anote os dados coletados no experimento do vídeo na tabela abaixo, para o ângulo de 145°.

Tabela 1: Valores de taxas de contagem

| Taxa | Taxa de contagens feitas pelo contador Geiger |
|----------------|---|
| R ₀ | |
| R ₁ | |
| R ₂ | |
| R | |

Fonte: Elaborado pela autora

Com os dados, calcule a variação do comprimento de onda utilizando a equação 4. Compare o valor obtido com o $\Delta\lambda$ teórico utilizando a equação do Deslocamento Compton (equação 5).

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c} (1 - \cos \theta) \quad (5)$$

4. Exemplo de medição:

Para os valores de tensão igual a 30 kV, corrente elétrica de 1 mA, ângulo do alvo em 20° e ângulo do sensor em 145° obtemos os seguintes valores de taxas de contagem:

- a) R₀= 1,875 1/s $\Delta t = 300$ segundos
- b) R₁= 0,476 1/s $\Delta t = 3000$ segundos
- c) R₂= 0,412 1/s $\Delta t = 3000$ segundos
- d) R = 0,297 1/s $\Delta t = 3000$ segundos

Utilizando a equação 4 e substituindo os valores das taxas de contagens temos que:

$$\Delta\lambda = 100 \text{ pm} \cdot \left\{ \left[\frac{\ln(1,857 - 0,297) - \ln(0,412 - 0,297)}{7,6} \right]^{\frac{1}{2,75}} - \left[\frac{\ln(1,857 - 0,297) - \ln(0,476 - 0,297)}{7,6} \right]^{\frac{1}{2,75}} \right\}$$

O resultado dessa expressão nos dá que a variação do comprimento de onda nesse experimento é:

$$\Delta\lambda = 4,43 \text{ pm}$$

QUESTÕES

- 1- Descreva o experimento do Efeito Compton.
- 2- Descreva como é feita a produção de raios x.
- 3- Qual o papel do filtro de zircônio nesse experimento?
- 4- Por que se utiliza o filtro de cobre antes e depois do alvo de alumínio?
- 5- Se o alvo de alumínio fosse substituído por outro metal, mas mantivéssemos todos os outros parâmetros, a variação do comprimento de onda dos raios X detectados mudaria?
- 6- Por que o ângulo escolhido preferencialmente do detector nesse experimento foi aproximadamente 145° ?
- 7- O valor da variação do comprimento de onda dos raios X obtidos no experimento reforça a ideia da natureza corpuscular da radiação?

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DO EFEITO COMPTON

O material didático também disponibiliza um vídeo explicativo da “Dedução da Equação do Efeito Compton” disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=c8acioNDCCI>.

Ao desenvolver a teoria do espalhamento de raios X pela matéria, Arthur Compton baseou em algumas hipóteses:

- os raios X eram formados por partículas denominadas fótons;
- ao incidir sobre o material alvo, os fótons dos raios X colidiam elasticamente com os elétrons do material, ocorrendo assim o espalhamento desses raios;
- esses elétrons podem ser considerados como elétrons livres (fracamente ligados aos átomos constituinte do material alvo) e inicialmente em repouso, devido à alta energia dos fótons do raio X em relação aos elétrons;
- devido a colisão ser elástica, a energia e o momento linear dos fótons e elétrons são conservados.

A análise feita por Compton considera que a colisão entre o fóton incidente e o elétron do alvo é elástica, assim, parte da energia do fóton será transferida para o elétron, devido a conservação da energia. Como os fótons incidentes possuem energia igual a $E = h \cdot f$ (sendo h a constante de Planck e f a frequência do fóton), após a colisão a energia do fóton espalhado será menor que a energia do fóton incidente e conseqüentemente ocorrerá o mesmo com a frequência. Para a dedução da equação, considera-se que o elétron em análise possui energia cinética nula. Tal hipótese é plausível já que a energia associada aos elétrons mais fracamente ligados aos átomos são da ordem de eV, enquanto a energia dos raios X são da ordem de 10^4 eV.

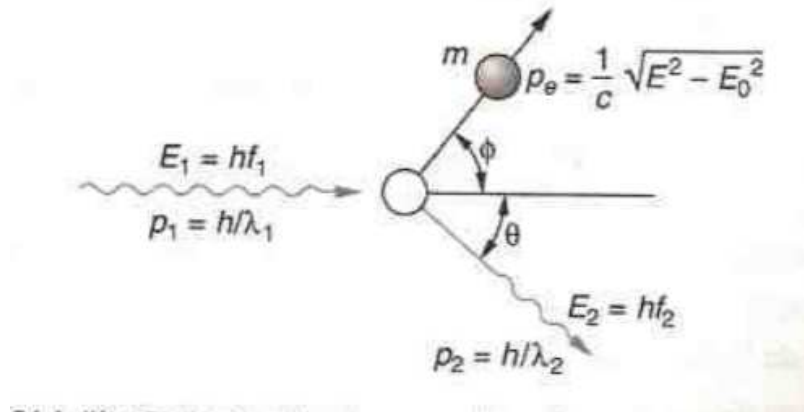


Imagem 3: Efeito Compton
(Fonte: TIPLER e LLEWELLYN, 2006, p. 95)

A energia do fóton incidente é $E_1 = h \cdot f_1$ e do fóton espalhado $E_2 = h \cdot f_2$. Os momentos lineares desses fótons podem ser escritos como:

$$p_1 = \frac{E_1}{c} = \frac{h \cdot f_1}{c} = \frac{h \cdot c}{\lambda_1 \cdot c} = \frac{h}{\lambda_1}$$

e

$$p_2 = \frac{E_2}{c} = \frac{h \cdot f_2}{c} = \frac{h \cdot c}{\lambda_2 \cdot c} = \frac{h}{\lambda_2}$$

Pela lei da conservação do momento linear, o momento linear antes, sendo apenas do fóton incidente (\vec{p}_1) é igual ao momento linear do fóton espalhado (\vec{p}_2) e do elétron após a colisão (\vec{p}_e), assim temos que:

$$\begin{aligned} \vec{p}_1 &= \vec{p}_2 + \vec{p}_e \\ p_e^2 &= p_1^2 + p_2^2 - 2 \cdot \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \\ p_e^2 &= p_1^2 + p_2^2 - 2 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \cos\theta \end{aligned}$$

sendo o ângulo θ é o ângulo de espalhamento do fóton.

Pela conservação da energia, a energia antes da colisão dada pela energia do fóton incidente (E_1) e a energia de repouso do elétron (E_0) é igual a energia do fóton espalhado (E_2) e do elétron após a colisão ($(E_0^2 + p_e^2 c^2)^{1/2}$).

$$E_1 + E_0 = E_2 + (E_0^2 + p_e^2 c^2)^{1/2}$$

Substituindo as energias dos fótons, tem-se que:

$$\begin{aligned} p_1 \cdot c + E_0 &= p_2 \cdot c + (E_0^2 + p_e^2 c^2)^{1/2} \\ p_1 \cdot c + E_0 - p_2 \cdot c &= (E_0^2 + p_e^2 c^2)^{1/2} \end{aligned}$$

Elevando ambos os lados da equação ao quadrado, temos:

$$E_0^2 + c^2(p_1 - p_2)^2 + 2cE_0(p_1 - p_2) = E_0^2 + p_e^2 c^2$$

Isolando o momento do elétron temos:

$$p_e^2 = p_1^2 - 2p_1p_2 + p_2^2 + \frac{2E_0(p_1 - p_2)}{c}$$

Substituindo $p_e^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2.p_1.p_2.\cos\theta$ na equação acima, teremos:

$$p_1^2 + p_2^2 - 2.p_1.p_2.\cos\theta = p_1^2 - 2p_1p_2 + p_2^2 + \frac{2E_0(p_1 - p_2)}{c}$$

Simplificando a equação, tem-se que:

$$\frac{E_0(p_1 - p_2)}{c} = p_1p_2(1 - \cos\theta)$$

A equação do Efeito Compton é obtida substituindo os momentos lineares por $\frac{h}{\lambda}$, assim temos:

$$\frac{E_0\left(\frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2}\right)}{c} = \frac{h}{\lambda_1} \cdot \frac{h}{\lambda_2} (1 - \cos\theta)$$

$$\frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2} = \frac{c}{E_0} \cdot \frac{h}{\lambda_1} \cdot \frac{h}{\lambda_2} (1 - \cos\theta)$$

$$h \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \cdot \lambda_2} \right) = \frac{c}{E_0} \cdot \frac{h}{\lambda_1} \cdot \frac{h}{\lambda_2} (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{hc}{E_0} (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{hc}{m \cdot c^2} (1 - \cos\theta)$$

Assim, a equação do Deslocamento Compton é dada como:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m \cdot c} (1 - \cos\theta)$$

EXPERIMENTO: DIFRAÇÃO DE ELÉTRONS

Para o início dos estudos sobre a Difração de Elétrons, recomendamos assistir o vídeo “Uma breve história da Dualidade Onda-Partícula” disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=3Gf5d7mxf1l> e a leitura do texto “História da Dualidade” apresentado anteriormente.

A DIFRAÇÃO DE ELÉTRONS

No capítulo anterior vimos que uma onda de luz apresenta aspecto corpuscular (exemplificado no experimento do Efeito Compton), mas será que a recíproca também é verdadeira? Uma partícula pode apresentar um aspecto ondulatório?!

Após a demonstração da natureza corpuscular para ondas, Louis de Broglie propôs em 1923 que toda matéria tem uma onda associada. Com essa ideia de que as partículas em movimento são acompanhadas por ondas que as guiam, De Broglie conseguiu explicar a difração da luz e estender esse fenômeno para outras partículas, como exemplo, os elétrons.

Dessa forma, um elétron teria propriedades que os caracteriza como partícula (massa e quantidade de movimento), mas também propriedades ondulatórias (comprimento de onda, frequência e amplitude). Assim, De Broglie propôs a seguinte equação:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

em que:

λ : comprimento de onda

h: constante de Planck

p: quantidade de movimento

m : massa da partícula

v : velocidade da partícula

Essa relação indica que elétrons deveriam apresentar comportamento ondulatório, como exemplo o fenômeno da difração. A confirmação experimental da ideia de De Broglie veio por meio do experimento de C. Davisson e L. Germer (Imagem 4) em 1927. Nesse experimento, o filamento A é superaquecido ocorrendo uma emissão de um feixe de elétrons por efeito termoiônico e colimados pela placa B. Ao serem colimados esses elétrons incidem sobre o cristal sendo dispersos e detectados pelo detector no qual mede a intensidade do feixe de elétrons incidente em função do ângulo 2θ para valores distintos da tensão V_2 (potencial de aceleração).

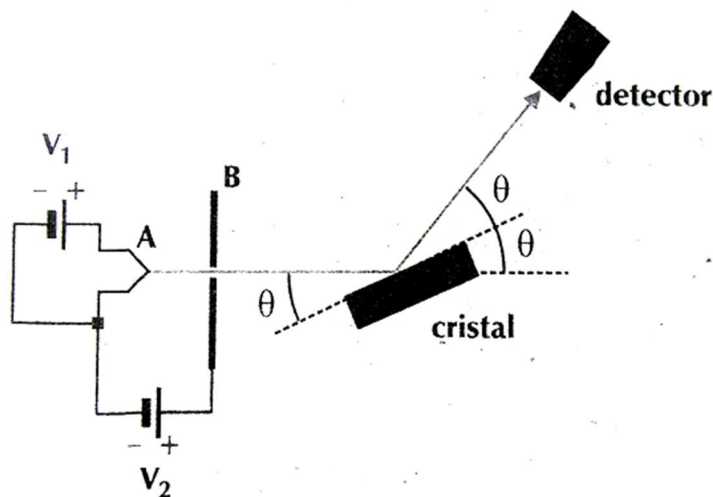


Imagem 4: Experimento da "Difração de Elétrons" de Davisson e Germer
(Fonte: PALANDI et al. 2007, p. 38)

Os resultados obtidos no experimento de Davisson e Germer mostram que os elétrons apresentam uma distribuição de intensidade de dispersão de ondas, padrão apresentado nos experimentos de Bragg para raios x e raios γ . Dessa forma, conforme Palandi et al. (2007):

No experimento de Davisson e Germer, os elétrons difratados são observados usando-se a mesma geometria dos experimentos de difração de Bragg com raios X. Verifica-se, então, que a corrente de elétrons registrada pelo detector é máxima toda vez que é satisfeita a condição de Bragg obtida, originalmente, para os raios x. Portanto, o experimento de Davisson e Germer mostra, para os elétrons, um comportamento típico das ondas. (PALANDI et al., 2007, p. 39)

Embora essa confirmação tenha ocorrido em 1927, os efeitos ondulatórios dos elétrons haviam sido observados por C. J. Davisson e C. H. Kunsman, que não souberam interpretar esse fenômeno ao perceber esses efeitos quando elétrons eram refletidos por cristais. (QUANTICOS..., 2006, p. 52)

Para a compreensão do experimento da Difração de Elétrons apresentado no roteiro a seguir recomenda-se assistir o vídeo “*Experimento: Difração de Elétrons (PHIWE)*” que se encontra disponível no link https://www.youtube.com/watch?v=W_Q47GIQp5Y&t=616s.

Após a confirmação experimental de sua equação, Louis de Broglie é agraciado com o Prêmio Nobel em 1929 por sua extensão da dualidade onda-partícula para partículas de matéria.

“depois de longa reflexão em solidão e meditação, repentinamente tive a idéia, durante o ano de 1923, de que a descoberta feita por Einstein em 1905 deveria ser generalizada e estendida a todas as partículas materiais, principalmente a elétrons” (DE BROGLIE, apud GAZZINELLI, 2013, p. 55-56)

O EXPERIMENTO DA DIFRAÇÃO DE ELÉTRONS

Esse material didático disponibiliza vídeos e roteiros experimentais sobre a Difração de Elétrons. O experimento sobre a Difração de Elétrons pode ser visto no vídeo “*Experimento: Difração de Elétrons (PHYWE)*” que está disponível no link https://www.youtube.com/watch?v=W_Q47GIQp5Y.

. Esse vídeo contempla a demonstração e explicação detalhada do experimento, bem como seu funcionamento.

O roteiro que acompanha o experimento encontra-se nas páginas 22-27 desse material.

ROTEIRO EXPERIMENTAL: DIFRAÇÃO DE ELÉTRONS

1. Equipamentos:

- 1 Tubo de difração de elétrons
- 1 Unidade de alimentação de alta tensão, 0-10 kV
- 2 Resistores (10 MΩ e 220 kΩ)
- 1 Fonte de alimentação, 0...600 V_{DC}
- Cabos de conexão

2. Verificando experimentalmente a difração de elétrons

Em 1927, Clinton Davison e Lester Germer observaram o fenômeno de difração (fenômeno característico de ondas) de um feixe de elétrons, verificando assim o seu caráter ondulatório. Louis de Broglie, três anos antes, havia proposto em sua tese de doutorado que o caráter dual (ondulatório e corpuscular) das radiações eletromagnéticas também poderia ser aplicado à matéria. De Broglie postulou que o momento linear de partículas de massa “m” e velocidade “v” é dado pela expressão:

$$p = m \cdot v = \frac{h}{\lambda} \quad (1)$$

em que $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Js, é a constante de Plank;

Essa equação relaciona uma característica típica corpuscular (momento linear) com uma característica ondulatória (comprimento de onda).

Para explicarmos o fenômeno de difração com elétrons, vamos reescrever a energia cinética de um elétron que adquire velocidade “v” ao ser acelerado por um potencial U_A :

$$Ec = \frac{m.v^2}{2} = \frac{p^2}{2.m} = e.U_A \quad (2)$$

Relacionando a equação (1) com a equação (2) temos que:

$$\frac{h^2}{2.m.\lambda^2} = e.U_A \quad (3)$$

Isolando o comprimento de onda do elétron temos que:

$$\lambda = \left(\frac{h^2}{2.m.e.U_A} \right)^{1/2} \quad (4)$$

em que $e = 1,602.10^{-19} C$ é carga do elétron e $m = 9,109.10^{-31} Kg$ é a massa de repouso do elétron.

O fenômeno da difração de elétrons ocorre quando o comprimento de onda dos elétrons é da ordem do espaçamento (d) da rede de difração. Assim, utilizam-se os sólidos cristalinos (no experimento o cristal é substituído por um policristal de grafite).

Nesse experimento podemos variar o comprimento de onda dos elétrons incidentes simplesmente variando a diferença de potencial U_A . Assim, regulando a diferença de potencial (ddp), podemos observar padrões de interferência dos elétrons difratados pelos cristais de grafite desde que, $\lambda_{\text{elétrons}} \sim d$.

Os padrões de interferência formados à partir da interação do feixe de elétrons com os policristais de grafite obedecem às mesmas leis de interferência daqueles de fenda dupla:

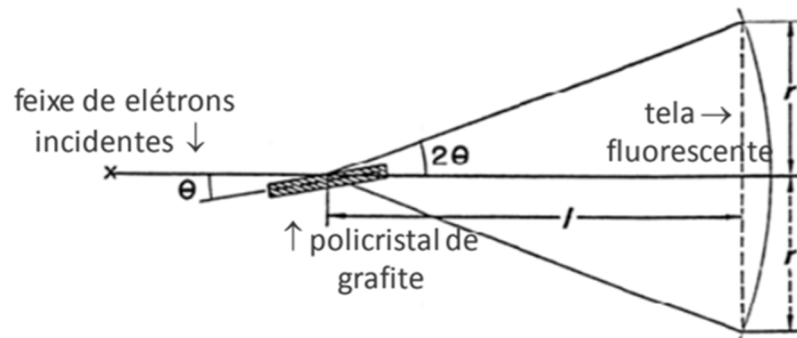
$$2.d.\text{sen}\theta = n.\lambda \quad (n= 1, 2, 3\dots) \quad (5)$$

em que d é a distância entre os planos de difração e θ é o ângulo entre o feixe incidente e o plano de difração (ângulo de Bragg).

O ângulo de Bragg pode ser obtido por meio do raio do anel de interferência e o ângulo de desvio α (Figura 1 e Figura 2):

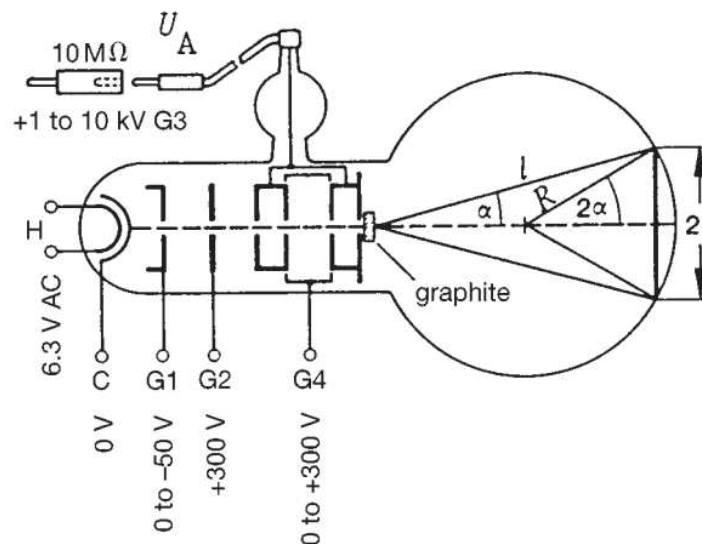
$$\alpha = 2.\theta \quad (6)$$

Figura 1: Geometria envolvida no experimento de difração de elétrons



Fonte: UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, 2013, p. 3

Figura 2: Tubo de difração de elétrons



Fonte: Roteiro sugerido pela PHIWE (Electron diffraction LEP 5.1.13)

E temos que:

$$\text{sen}(2.\alpha) = \frac{r}{R} \quad (7)$$

em que r é o raio do anel de difração e $R= 65\text{mm}$ é o raio do bulbo de vidro.

Para pequenos ângulos, podemos fazer uma aproximação de:

$$\text{sen}(2.\alpha) = 2.\text{sen}(\alpha).\cos(\alpha) \cong 2.\text{sen}(\alpha) \quad (8)$$

Logo, na equação de Bragg, temos que:

$$\text{sen}(\alpha) = \text{sen}(2.\theta) \cong 2.\text{sen}(\theta) \quad (9)$$

Com essa aproximação, podemos relacionar as equações (5) e (7):

$$\text{sen}\theta = \frac{n.\lambda}{2.d} \quad (10)$$

$$\text{sen}(2.\alpha) \cong 2.\text{sen}(\alpha) \cong 4.\text{sen}(\theta) \cong \frac{r}{R} \quad (11)$$

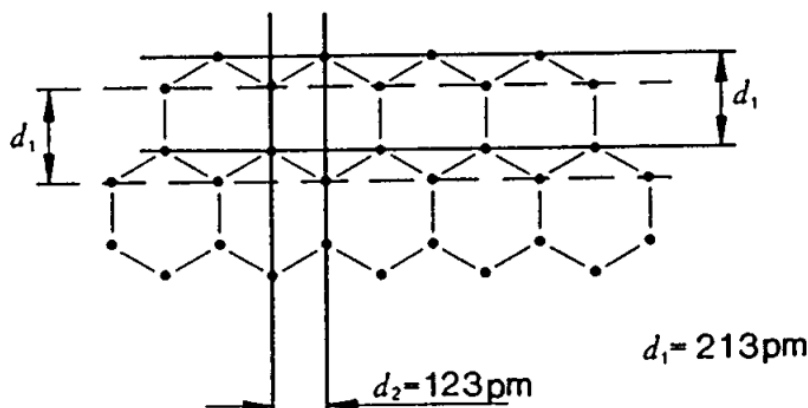
$$\frac{n.\lambda}{2.d} = \frac{r}{4.R} \quad (12)$$

Assim, a expressão dos raios dos anéis de difração é dada por:

$$r = \frac{2.R.n.\lambda}{d} \quad (13)$$

No experimento, o fabricante garante que os dois anéis de difração internos visíveis no tubo ocorrem devido às reflexões de primeira ordem ($n=1$) pelos planos de difração do cristal de grafite. A distância desses planos (d_1 e d_2) é mostrada na Figura 2:

Figura 2: Planos de difração do grafite



Fonte: Roteiro sugerido pela PHIWE (Electron diffraction LEP 5.1.13)

3. Montagem do experimento e coleta de dados:

A montagem do experimento e coleta de dados é mostrada no vídeo do experimento “Experimento: Difração de Elétrons (PHYWE)”, disponível no link https://www.youtube.com/watch?v=W_Q47GIQp5Y.

Complete a tabela 2 com os dados colhidos no experimento. Para cada valor de tensão há a formação de dois anéis de difração, no qual medimos o diâmetro interno e externo de cada anel. Para facilitar a leitura no paquímetro, pause o vídeo para cada leitura. Anote os valores obtidos.

Tabela 1: Tensão e diâmetros dos anéis

| Tensão | Diâmetro interno (Anel 1) | Diâmetro externo (Anel 1) | Raio médio (Anel 1) | Diâmetro interno (Anel 2) | Diâmetro externo (Anel 2) | Raio médio (Anel 2) |
|-------------|---------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------|
| 4 kV | | | | | | |
| 5 kV | | | | | | |
| 6 kV | | | | | | |
| 7 kV | | | | | | |
| 8 kV | | | | | | |

Fonte: Elaborado pela autora

Com os dados dos diâmetros de cada anel, cacule seu raio médio. O raio médio é obtido por:

$$raio\ médio = \frac{(diâmetro\ externo) - (diâmetro\ interno)}{2}$$

Tabela 2: Tensão e raio médio dos anéis

| Tensão | Raio médio (Anel 1) | Raio médio (Anel 2) |
|-------------|---------------------|---------------------|
| 4 kV | | |
| 5 kV | | |
| 6 kV | | |
| 7 kV | | |
| 8 kV | | |

Fonte: Elaborado pela autora

Utilizando a equação (13), calcule o comprimento de onda correspondente ao anel 1 e o comprimento de onda correspondente ao anel 2.

| Tensão | λ_1 (Anel 1) | λ_2 (Anel 2) |
|-------------|----------------------|----------------------|
| 4 kV | | |
| 5 kV | | |
| 6 kV | | |
| 7 kV | | |
| 8 kV | | |

Compare os comprimento de ondas obtidos com o comprimento de onda obtido pela expressão de de Broglie (equação 4).

QUESTÕES

1- Explique a formação de figuras de interferência (construtivas) no experimento de Bragg

2- No experimento apresentado acima, o cristal de grafite é substituído por um policristal. Explique o porquê dessa substituição. Caso fosse utilizado o cristal, a figura de difração apresentada no bulbo de vidro seria a mesma visualizada nesse experimento?

3- Existem apenas dois planos de difração no grafite?

4- Por que são visíveis apenas dois anéis de difração no tubo?

5- No experimento de difração, ao invés de utilizarmos um feixe de elétrons, poderíamos ter utilizado feixes de prótons, nêutrons ou mesmo moléculas? Caso afirmativo, por que o experimento utiliza elétrons ao invés dessas partículas?

6- Para raios de anéis diferentes você espera obter comprimentos de onda diferentes?

7- Nesse experimento, é possível estipular um intervalo de d.d.p. para observação dos anéis de interferência?

DEDUÇÃO DA LEI DE BRAGG

O material didático também disponibiliza um vídeo explicativo da “Dedução da Lei de Bragg” disponível no link :

<https://www.youtube.com/watch?v=o8VEadTdHEY&t=181s>

Quando uma onda incide sobre um cristal, os planos atômicos funcionarão como superfícies refletoras fazendo com que o feixe seja refletido (Imagem 5). Os feixes difratados se formam quando essas reflexões produzem uma interferência construtiva.

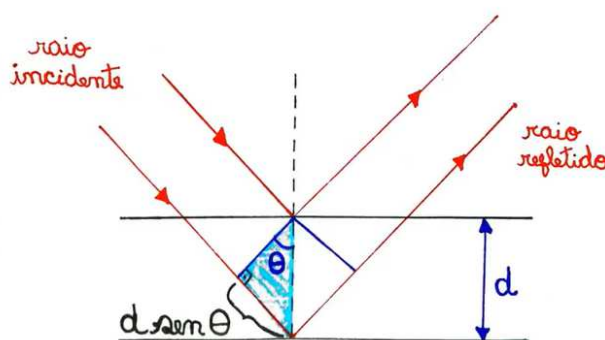


Imagem 5: Feixe de raios incidentes e refletidos nos planos de difração do cristal

Fonte: Elaborado pela autora

O fenômeno da interferência construtiva ocorre quando a distância entre os planos de átomos do cristal (distância interplanar) são da ordem do comprimento de onda do feixe incidente. A Imagem 5 mostra que o feixe incidente no primeiro plano percorre uma distância menor em relação ao feixe incidente no plano atômico subsequente. Devido a essa diferença de caminho percorrida pelos feixes, os feixes refletidos terão uma diferença de fase.

A Imagem 6 mostra que a diferença de caminho entre os feixes será dada por Δl . Assim, a diferença de caminhos entre o elétron incidente com o elétron difratado será igual a $2\Delta l$.

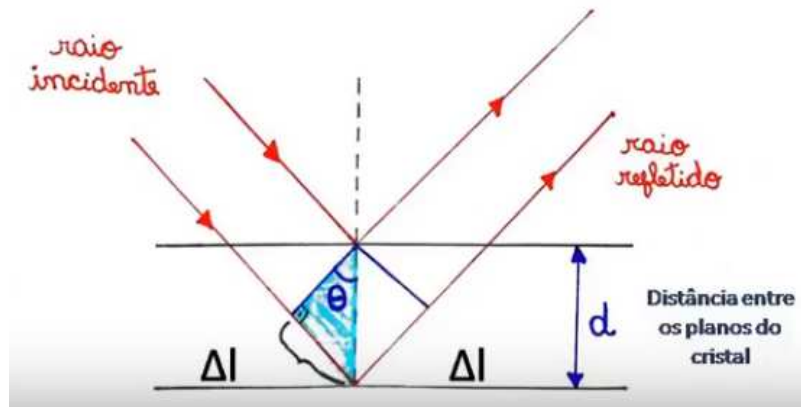


Imagem 6: Diferença de caminho entre o feixe incidente e refletido
Fonte: Elaborado pela autora

Como a Lei de Bragg relaciona essas distâncias com o ângulo de Bragg (ângulo θ), pode-se reescrever a diferença desses caminhos, em função de θ e da distância entre os planos do cristal (d):

$$2 \cdot \Delta l = 2 \cdot d \cdot \text{sen } \theta$$

A interferência construtiva ocorre quando a diferença de caminho óptico entre o feixe incidente e refratado por planos adjacentes for igual a um número inteiro (n) de comprimentos de onda (λ), garantindo assim que as duas ondas refletidas estejam em fase entre si. Dessa forma:

$$2 \cdot d \cdot \text{sen } \theta = \lambda \cdot n$$

Essa é a Lei de Bragg, sendo o ângulo θ chamado de ângulo de Bragg.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRENNAN, R. P. **Gigantes da Física**: uma história da física moderna através de oito biografias. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003.

DIONÍSIO, P. H. Albert Einstein e a física quântica. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 22, n. 2, p. 147-164, ago. 2005.

GAZZINELLI, R. **Quem tem medo da física quântica?**: a visão quântica do mundo. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2013.

QUANTICOS, os homens que mudaram a física. **Scientific American Brasil**, São Paulo, n. 13, 2006.

LEYBOLD DIDACTIC laboratories. **Compton effect**: verifying the energy loss of the scattered x-ray quantum. P6. 3. 3. 7. Disponível em: <http://wiki.fisica.ufop.br/didatico/lab_ensino/roteiros_para_experimentos/F%F4%80%83%ADsica%20Experimental%20Avan%F4%80%83%A7ada/LEYBOLD%20P6.3.3.7%20Compton%20effect%20-%20verifying%20the%20energy%20loss%20of%20the%20scattered%20x-ray%20quantum.PDF> Acesso em: 27 janeiro 2017.

MENESES, R. D. B. A complementaridade em N. Bohr: da mecânica quântica à filosofia. **Eikasia, Revista de Filosofia**, Oviedo, n. 17, p. 75- 126, mar. 2008.

OSTERMANN, F.; PRADO, S. D. Interpretações da mecânica quântica em um interferômetro virtual de Mach-Zehnder. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 27, n. 2, p. 193-203, 2005.

PHYWE SYSTEME GMBH. **Electron diffraction**. LEP 5.1.13. Disponível em: http://wiki.fisica.ufop.br/didatico/lab_ensino/roteiros_para_experimentos/F%F4%80%83%ADsica%20Experimental%20Avan%F4%80%83%A7ada/PHYWE%205.1.13%20Electron%20diffraction.pdf. Acesso em: 27 janeiro 2017.

PALANDI, et al. **Física Moderna**. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Departamento de Física, Grupo de Ensino de Física da UFSM, 2007.

PAULINO, O. **As origens da mecânica quântica**. Disponível em: http://www.df.ufcg.edu.br/~igo.paulino/General_files/MQI_CAP01.pdf . Acesso em: 18 jan. 2017.

PESSOA JR, O. Interferometria, Interpretação e Intuição: uma introdução conceitual à Física Quântica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. v. 19, n. 1, mar. 1997.

PESSOA JR, O. **Conceitos de Física Quântica**. 3. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

PIRES, A. S. T. **Evolução das Ideias da Física**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

ROSA, P. S. **Louis de Broglie e as ondas de matéria**. 2004. 190f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Física "Gleb Wataghin", Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

LA ROSA, J. **Psicologia e educação: o significado do aprender**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2003.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Instituto de Física de São Carlos. **Difração de Elétrons**. São Carlos, 2013.